



PEARL

**EVOLUTION OF ROSSBY TWO-DIMENSIONAL SOLITONS TAKING
ACCOUNT OF FINITE-AMPLITUDE EFFECT**

KONSHIN, VN; SHAPIRO, GI

Published in:

DOKLADY AKADEMII NAUK SSSR

Publication date:

1988

Link:

[Link to publication in PEARL](#)

Citation for published version (APA):

KONSHIN, VN., & SHAPIRO, GI. (1988). EVOLUTION OF ROSSBY TWO-DIMENSIONAL SOLITONS TAKING ACCOUNT OF FINITE-AMPLITUDE EFFECT. *DOKLADY AKADEMII NAUK SSSR*, 300(6), 1461-1465.

All content in PEARL is protected by copyright law. Author manuscripts are made available in accordance with publisher policies. Wherever possible please cite the published version using the details provided on the item record or document. In the absence of an open licence (e.g. Creative Commons), permissions for further reuse of content should be sought from the publisher or author.

**ДОКЛАДЫ
АКАДЕМИИ НАУК СССР**

1988

ТОМ 300 № 6

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

Дахану и Агрияновской. В первом рассчитанный максимум генерации УВ приходится на верхнепалеоценовые—нижнеэоценовые, а во втором — на верхнеэоценовые—нижнеолигоценые породы. Выявленная нефтегазоносность зоны горстов и грабенов Ратнагири в пределах влияния очага впадины Дахану приурочена к породам нижнеэоценового—олигоценного, а очага Агрияновской впадины — верхнеолигоценного—нижнемиоценового возраста [10]. Это, с одной стороны, подтверждает корректность проведенных расчетов генерации УВ, а с другой, при проведении здесь поисково-разведочных работ на нефть и газ, позволяет предполагать наличие скоплений УВ в породах одного или другого возраста в зависимости от зон влияния рассматриваемых очагов нефтегазообразования.

Наряду с нефтегазоносностью крупных областей аккумуляции УВ в бассейне, в пределах самих очагов образовывались залежи нефти и газа, распространение которых, вероятно, контролируется специфическими условиями развития коллекторских толщ и тектоническими особенностями формирования ловушек.

Институт океанологии им. П.П. Ширшова
Академии наук СССР, Москва

Поступило
26 III 1987

ЛИТЕРАТУРА

1. Панде Д.К., Мисра К.Н., Шарма С. В сб.: Докл. XXVII Междунаро. геол. конгр. История нефтематеринских отложений района Бомбейского шельфа. Месторождение нефти и газа. Секция 13. М.: Наука, 1984, т. 13, с. 89–109.
2. Геодекян А.А., Троцюк В.Я., Берлин Ю.М. и др. В сб.: Генетические закономерности нефтегазоносности акваторий. М.: И.: Недра, 1980.
3. Геодекян А.А., Троцюк В.Я. В кн.: Успехи развития осадочно-миграционной теории нефтегазообразования. М.: Наука, 1983.
4. Геодекян А.А. и др. В кн.: Нефтегазогенетические исследования Болгарского сектора Черного моря. София: Изд-во Болгар. АН, 1984.
5. Basu P.N., Banerjee A., Tamhane D.M. — Amer. Assoc. Petrol. Geol. Bull., 1980, vol. 64, p. 209–220.
6. Murti K.V.S. et al. In: Workshop of geological interpretation of geophysical data. Inst. Petrol. Explor. Dehra Dun, India, 1981, p. 41–48.
7. Biswas S.K. — Amer. Assoc. Petrol. Geol. Bull., 1982, vol. 66, p. 1497–1513.
8. Roychoudhury S.C., Deshpande S.V. — Ibid., p. 1483–1497.
9. Basu D.N. — J. Petrol. Geol., 1982, vol. 5, № 7, p. 51–75.
10. Rao R.P., Talukdar S.N. — Amer. Assoc. Petrol. Geol. Bull., 1979, vol. 62, p. 487–506.

УДК 551.465.11

ОКЕАНОЛОГИЯ

В.Н. КОНЫШИН, Г.И. ШАПИРО

ЭВОЛЮЦИЯ ДВУМЕРНЫХ СОЛИТОНОВ РОССБИ ПРИ УЧЕТЕ ЭФФЕКТОВ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

(Представлено академиком Л.М. Бреховских 5 II 1987)

Обнаруженные в различных районах Мирового океана интенсивные локализованные вихри синоптического масштаба стали в последние годы объектом пристального изучения [1–5]. Их можно рассматривать как резервуары, содержащие аномалии кинетической и потенциальной энергии, а также физико-химических и биологических характеристик. Такие вихри способны перемещаться и переносить содержащуюся в них воду на сотни и тысячи километров от места своего рождения, что приводит к интенсификации глобального теплообмена [3].

Данные наблюдений [1, 2, 4] показывают, что в интенсивных бароклинных вихрях толщина слоя жидкости между двумя фиксированными изопикническими

поверхностями существенно отклоняется от своего равновесного значения. Возникает вопрос, имеются ли качественно новые закономерности в динамике таких вихрей конечной амплитуды по сравнению с менее интенсивными вихрями, в которых возмущения градиентов плотности (а значит, и частоты Вьялсаля–Брента) невелики. При теоретическом описании баротропных и бароклиных синоптических вихрей с относительно малыми возмущениями частоты Вьялсаля–Брента обычно используют уравнение квазигеострофического потенциального вихря (КПВ) (см. [1], гл. II). Для движений с большой амплитудой смещения изопоки это уравнение уже не пригодно, так как нарушается одна из предпосылок, лежащая в его основе. Здесь можно воспользоваться "обобщенным квазигеострофическим уравнением" (ОКУ), полученным в [6, 7] без каких-либо ограничений на амплитуду смещения изопоки. Оно включает дополнительные нелинейные члены и так же, как уравнение КПВ, отфильтровывает высокочастотные гравитационные волны.

Для выявления новых эффектов в поведении локализованных вихрей конечной амплитуды удобно использовать такие начальные условия, которые соответствуют стационарным уединенным волнам (солитонам Россби) для уравнения КПВ. Тогда любое отклонение от стационарного движения вихря будет следствием дополнительных эффектов, не учитываемых уравнением КПВ. Даже в случае, когда дополнительная нелинейность мала, но действует в течение длительного времени, она приводит к заметным отклонениям от солитонного решения и ее влиянием пренебрегать уже нельзя. В предлагаемой работе изучены закономерности эволюции солитонов Россби при учете эффектов конечной амплитуды и получены оценки времени, в течение которого справедлива солитонная теория.

Для моделирования основных черт интенсивных бароклиных вихрей в глубоком океане рассмотрим близкие к геострофическим движения конечной амплитуды в двух- или трехслойно стратифицированной жидкости в приближении бета-плоскости, когда один из жидких слоев гораздо тоньше остальных. Тогда задача сводится к решению обобщенного квазигеострофического уравнения [6], которое в безразмерных переменных имеет вид

$$(1) \quad M \frac{\partial H}{\partial t} = - \mathcal{F} \left[(1 + \epsilon H) \Delta H + \frac{\epsilon (\nabla H)^2}{2}, H \right] + \frac{1 + \epsilon H}{(1 + \epsilon \nu)^2} \frac{\partial H}{\partial x}$$

Время и расстояния приводятся к безразмерному виду, как и в [11], при помощи масштабов $1/(\beta L_R)$ и L_R , $H(x, y, t) = (h - h_0)/(\epsilon h_0)$, где $h(x, y, t)$ – толщина динамически активного (тонкого) слоя, $h_0 = \text{const}$ – ее характерное значение, $\epsilon = \beta L_R / f_0$, $L_R = \sqrt{g' h_0} / f_0$ – внутренний радиус деформации, f_0 – характерное значение параметра Кориолиса $f = f_0 + \beta y$, g' – редуцированное гравитационное ускорение, $M = E - \nabla [(1 + \epsilon H) \nabla]$ – нелинейный оператор, E – единичный оператор, ∇ – двумерный оператор Гамильтона. Напомним, что при выводе уравнения (1) параметры $\beta L / f_0$, $(f_0 T)^{-1}$ и число Кибеля $Ki = V / f_0 L$ (V – типичная скорость частиц жидкости, T , L – характерные масштабы времени и длины возмущений) считаются малыми величинами. В принятых безразмерных переменных величины H , x , y , t не обязательно должны быть порядка единицы [6, 13]. Пользуясь геострофическим соотношением, найдем характерную (безразмерную) амплитуду флуктуаций толщины слоя $H_* = V f_0 L / (\epsilon g' h_0)$. Тогда число Кибеля можно записать в виде $Ki = \epsilon H_* / l^2$, где $l = L / L_R$.

При $\epsilon = 0$ уравнение (1) переходит с точностью до обозначений в уравнение квазигеострофического потенциального вихря

$$(2) \quad \frac{\partial}{\partial t} (\psi - \Delta \psi) + \mathcal{F}(\Delta \psi, \psi) - \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0,$$

где ψ — функция тока, \mathcal{J} — якобиан по переменным x, y . Для этого уравнения известны несколько солитонных решений [1, 8–10] и др. В качестве первого шага рассмотрим простейшее из них — так называемый солитон Ларичева–Резника [1, 8, 11, 12]. Он представляет собой вихревой диполь, т.е. пару связанных между собой вихрей, которые вращаются в противоположных направлениях и движутся с постоянной скоростью C вдоль оси x .

При $\epsilon \neq 0$ члены в уравнении (1), содержащие ϵH , описывают эффекты, связанные с конечностью амплитуды смещения изопоки. Более детальный анализ уравнения (1) см. в [6, 7, 13]. Оценим характерное время эволюции солитона под действием эффектов конечной амплитуды. Перейдем в уравнении (1) в сопутствующую (движущуюся со скоростью C) систему координат $x' = x - Ct$, $t' = t$ и, опуская штрихи, запишем его в виде

$$(3) \quad \frac{\partial H}{\partial t} = M^{-1} \left\{ \left[-\mathcal{J}(\Delta H, H) + \frac{\partial H}{\partial x} (1+C) - C\Delta \frac{\partial H}{\partial x} \right] - C\epsilon \nabla \left(H \nabla \frac{\partial H}{\partial t} \right) - \epsilon \mathcal{J} \left(H \Delta H + \frac{(\nabla H)^2}{2}, H \right) + \frac{\partial H}{\partial x} \left(\frac{1+\epsilon H}{(1+\epsilon y)^2} - 1 \right) \right\},$$

где M^{-1} — оператор, обратный M . Возьмем в качестве начального условия солитонное решение [8] $H = H_c$. Оценим по порядку величины временную производную $\partial H/\partial t$ в начальный момент времени. Для этого подставим H_c в правую часть (3), учтем, что для солитона Ларичева–Резника члены в квадратной скобке обращаются в нуль, и заменим производные отношениями характерных величин. Получим

$$(4) \quad \frac{1}{\tau} \max \left(1, \frac{1+\epsilon H_*}{l^2} \right) = \epsilon \max \left(\frac{CH_*}{l^3}, \frac{H_*^2}{l^4}, \frac{H_*}{l}, 1 \right).$$

Здесь H_* — характерное (например, максимальное) значение H_c , τ — характерное (безразмерное) время эволюции, т.е. время, за которое решение уравнения (2) существенно отклоняется от солитонного решения [8]. Из (1) следует, что по порядку величины $C = \max(1, H_*/l^3)/\max(1, l^{-2})$. Эта оценка хорошо согласуется с результатами расчетов C в зависимости от H_* , l , приведенными в [11]. Подставим это значение C в (4) и рассмотрим случай $1 \leq l \leq 1/\epsilon$, $l^3 \ll H_* \leq 1/\epsilon$ (что соответствует $\epsilon l \ll Ki \leq 1/l^2$). При других значениях H_* и l анализ проводится аналогично. Тогда $C = H_*/l^3$, и из (4) имеем $\tau = l^4/(\epsilon H_*^2) = \epsilon/Ki^2$. Например, при типичном для средних широт значении $\epsilon = 0,01$ и $L = L_R$ получим для $\epsilon H_* = 0,01$ (т.е. при амплитуде возмущений толщины слоя h , равной 1%) $\tau = 100$, $C = 1$. Отклонения от солитонного решения станут заметными после того, как вихревой диполь пройдет расстояние (без учета адвекции течениями) $X = C\tau \approx 100$ радиусов деформации. При характерном значении $L_R = 50$ км это составит $X \approx 5000$ км. С увеличением амплитуды вихрей отрезок времени, в течение которого справедлива солитонная теория, резко уменьшается. При $\epsilon H_* = 0,1$ имеем $\tau \approx 1$, $C = 10$, $X = 10$, а при $\epsilon H_* = 0,3$ получаем $\tau = 0,1$, $X = 3$. Отсюда следует, что при 30%-й амплитуде возмущений, а это далеко не предельная величина для интенсивных вихрей [1, 2, 4], вихревой диполь с $L = L_R$ начинает существенно отклоняться от солитонного решения, пройдя всего лишь три своих радиуса.

Что же происходит после этого: распад вихревого диполя или перестройка его внутренней структуры, изменение скорости дрейфа или отклонение скорости от зональной? Ответ на эти вопросы дают проведенные нами численные расчеты.

Специально для решения уравнения (1) был разработан численный метод второго порядка точности. Он аналогичен методам расщепления [14] и состоит из трех этапов. На первом этапе вычисляется величина F — правая часть уравнения (1), при

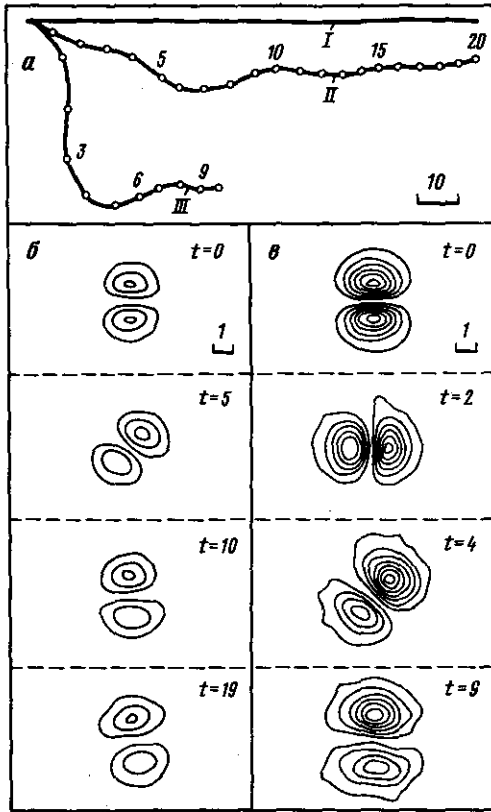


Рис. 1. Эволюция вихревого диполя конечной амплитуды при $\epsilon = 0,01$. *a* — траектория вихревого диполя, *I* — согласно теории [8], *II*, *III* — расчет по уравнению (1): *II* — $H_* = 32$, *III* — $H_* = 65$; на траекториях отмечены моменты времени. *b*, *в* — фрагменты счетного поля с изолиниями $H(x, y)$ в различные моменты времени; разность значений двух соседних уровней $\delta H = 10$; *б* — $H_* = 32$, *в* — $H_* = 65$

этом якобиан аппроксимируется по схеме Аракавы, а $\partial H / \partial x$ — по схеме с центральными разностями. На втором этапе находится временная производная $\partial H / \partial t$ из решения уравнения эллиптического типа $M(\partial H / \partial t) = F$. Это уравнение решается при помощи экономичного двуслойного итерационного процесса, на каждом шаге которого обращается более простой, чем исходный эллиптический оператор [15]. На третьем этапе находится значение H на новом временном слое путем решения уравнения $\partial H / \partial t = M^{-1}F$, причем $\partial H / \partial t$ аппроксимируется центральными разностями. Разностная сетка содержала 50×40 узлов, шаг по времени составлял $\Delta t = (3,3 - 5) \cdot 10^{-3}$, по пространству

$\Delta x = \Delta y = 0,35$. Использовались дважды периодические граничные условия. Тестовые расчеты, проведенные при $\epsilon = 0$, показали, что отличия полученного численного решения от точного аналитического по крайней мере не хуже, чем в известной работе [11].

Результаты расчетов для $\epsilon = 0,01$ представлены на рис. 1. В качестве начального условия взят солитон Ларичева-Резника с $a = \sqrt{3}$ (определение величины a см. [8]), т.е. $L \approx \sqrt{3}L_R$ и амплитудами $\epsilon H_*^{(1)} = 32$ и $\epsilon H_*^{(2)} = 65\%$. Вначале вихревая пара двигалась на восток в соответствии с теорией [8]. Затем она отклонилась к юго-востоку и начала двигаться по криволинейной траектории, при этом циклонический вихрь поворачивался вокруг антициклонического. В дальнейшем циклон усилился, а антициклон ослаб и стал поворачиваться вокруг циклона. Со временем расстояние между центрами вихрей слегка увеличилось, а скорость перемещения диполя уменьшилась. Расчеты проводились до значений безразмерного времени $t_1 = 20$ при $\epsilon H_*^{(1)} = 32\%$ и $t_2 = 10$ при $\epsilon H_*^{(2)} = 65\%$, что при типичных для океана значениях $\beta = 2 \cdot 10^{-13} \text{ см}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ и $L_R = 50 \text{ км}$ соответствует временам 8 и 4 месяца. За это время диполи прошли расстояния $X_1 = 6100$ и $X_2 = 4300 \text{ км}$.

Физически отклонение траектории диполя от прямолинейной объясняется следующим образом. В строго осесимметричном вихре выполняется уравнение циклострофического баланса, которое в размерных переменных имеет вид

$$(5) \quad fv + \frac{v^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r},$$

где v — скорость, p — давление, r — радиус.

Из-за нелинейных эффектов жидкость в антициклоне вращается быстрее, чем в циклоне при одинаковых (по абсолютной величине) распределениях $p(r)$. Поэтому в начальный момент времени центры циклона и антициклона равной интенсивности, составляющих вихревой диполь, движутся в поле скорости, индуцированном партнером, таким образом, что циклон вращается вокруг антициклона. При смещении диполя на юг из сохранения потенциальной завихренности следует, что относительная завихренность циклона возрастает, он становится более интенсивным, и антициклон начинает вращаться вокруг циклона.

Представленные результаты показывают, что эффекты конечной амплитуды существенно отклоняют траекторию вихревой пары от предсказаний солитонной теории, но слабо влияют на ее внутреннюю структуру и устойчивость.

Институт океанологии им. П.П. Ширшова
Академии наук СССР, Москва

Поступило
9 III 1987

ЛИТЕРАТУРА

1. Каменкович В.М., Кошляков М.Н., Монин А.С. Синоптические вихри в океане. Л.: Гидрометеоздат, 1982. 264 с.
2. Белкин И.М., Емельянов М.В., Костяной А.Г., Федоров К.Н. В сб.: Внутритермоклинные вихри в океане. М., 1986, с. 8–34.
3. Cushman-Roisin V. Modeling oceanic isolated vortices. Eos transaction. Amer. Geophys. Union., 1985, vol. 66, p. 524.
4. Иванов Ю.А., Корт В.Г., Монин А.С. и др. – ДАН, 1986, т. 289, № 3, с. 706–709.
5. Незлин М.В. – УФН, 1986, т. 150, № 1, с. 3–60.
6. Шапиро Г.И. – Океанология, 1986, т. 31, № 1, с. 21–27.
7. Williams G.P. – J. Atmosph. Sci., 1985, vol. 42, № 12, p. 1237–1243.
8. Ларичев В.Д., Резник Г.М. – ДАН, 1976, т. 233, № 5, с. 1077–1079.
9. Берестов А.Л., Монин А.С. – Усп. мех., 1980, т. 30, № 3, с. 3–34.
10. Берестов А.Л. – Изв. АН СССР. ФАО, 1981, т. 17, № 1, с. 82–87.
11. McWilliams J.C., Filterl G.R., Larichev V.D., Reznik G.M. – Dynamics of Atmosph. and Oceans, 1981, vol. 5, № 4, p. 219–238.
12. Makino M., Kamimura T., Taniuti T. Res. rep. IPPJ-496, Nagoya Univ., 1980. 30 p.
13. Шапиро Г.И. В сб.: Внутритермоклинные вихри в океане. М., 1986, с. 71–78.
14. Белоцерковский О.М. Численное моделирование в механике сплошных сред. М.: Наука, 1984. 520 с.
15. Ковышин В.Н. В сб.: Тр. IX конф. молодых ученых. Моск. физ.-техн. ин-т. М., 1984, ч. 1. Деп. № 6028–84, с. 128–133.

УДК 57:34(26)

ОКЕАНОЛОГИЯ

М.Н. ШАХОВ

О СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ НЕРОВНОСТЕЙ МИКРОРЕЛЬЕФА ДНА

(Представлено академиком Л.М. Бреховских 13 III 1987)

Среди различных неровностей дна океана особый интерес представляют микронеровности, образованные конкрециями. Площади дна, покрытые такими неровностями, составляют значительную часть всей площади океанского дна. Повышенный интерес к строению дна в областях распространения конкреций вызван их возможным использованием, а значит, и необходимостью поиска. Среди методов поиска одно из ведущих мест в будущем, по-видимому, будет принадлежать акустическим методам. Рассеянный дном акустический сигнал в общем случае определяется двумерным спектром неровностей дна [1].