



PEARL

**EFFECT OF FLUCTUATIONS IN A TURBULENT ENTRAINMENT LAYER ON  
HEAT AND MASS-TRANSFER IN THE UPPER THERMOCLINE**

SHAPIRO, GI

**Published in:**

IZVESTIYA AKADEMII NAUK SSSR FIZIKA ATMOSFERY I OKEANA

**Publication date:**

1980

**Link:**

[Link to publication in PEARL](#)

**Citation for published version (APA):**

SHAPIRO, GI. (1980). EFFECT OF FLUCTUATIONS IN A TURBULENT ENTRAINMENT LAYER ON HEAT AND MASS-TRANSFER IN THE UPPER THERMOCLINE. *IZVESTIYA AKADEMII NAUK SSSR FIZIKA ATMOSFERY I OKEANA*, 16(4), 433-436.

All content in PEARL is protected by copyright law. Author manuscripts are made available in accordance with publisher policies. Wherever possible please cite the published version using the details provided on the item record or document. In the absence of an open licence (e.g. Creative Commons), permissions for further reuse of content should be sought from the publisher or author.

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ИЗВЕСТИЯ  
АКАДЕМИИ НАУК СССР  
ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ  
И ОКЕАНА

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

Том 16

4

---

МОСКВА · 1980

## ВЛИЯНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ В СЛОЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ВОВЛЕЧЕНИЯ НА ТЕПЛОМАСООБМЕН В ВЕРХНЕМ ТЕРМОКЛИНЕ

Г. И. ШАПИРО

Недавно в работах Г. И. Баренблатта [1] и Дж. Тернера [2] была предложена новая модель, объясняющая автомоделность распределения температуры и солености в верхнем термоклине океана. Согласно этой модели, верхний термоклин в период, когда верхний квазиоднородный слой растёт по толщине, рассматривается как бегущая тепловая (или диффузионная) волна, распространяющаяся в глубь жидкости. Эта волна является как бы предвестником заглубляющегося квазиоднородного слоя.

В работах [1, 2] рассмотрен случай, когда температура  $T_r$  и скорость  $u$  заглубления границы между верхним квазиоднородным слоем и верхним термоклином меняются медленно. Однако ряд лабораторных экспериментов (см., например, [3, 4]) показал, что граница раздела искривляется и быстро пульсирует во времени, поскольку вовлечение жидкости в турбулизированный верхний слой осуществляется отдельными вихрями, «бомбардирующими» границу раздела. Динамика этого процесса исследована в [4].

В океане влияние пульсаций может быть существенным также в летне-осенний период, когда процесс заглубления термоклина не полностью установился.

В предлагаемой работе исследуется влияние пульсаций скорости и температуры (солености) на границе раздела между квазиоднородным слоем и верхним термоклином на распределение температуры (солености) в верхнем термоклине. Ниже для краткости будем говорить только о переносе тепла: применительно к солености дело обстоит аналогично.

Физически изменение усредненного профиля температуры в термоклине связано с нелинейным взаимодействием коррелированных между собой пульсаций скорости вовлечения и температуры на границе. Эти пульсации коррелированы, поскольку они осуществляются одним и тем же «бомбардирующим» вихрем.

Для рассмотрения одномерного тепломассопереноса введем подвижную систему координат, начало которой находится на границе раздела, а ось  $z$  направлена вниз по нормали к границе. В этой системе координат уравнение теплопроводности имеет вид\*

$$\frac{\partial T}{\partial t} - u(t) \frac{\partial T}{\partial z} - \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0, \quad (1)$$

где  $T$  — избыточная температура,  $u(t) = u_0 + u'(t)$  — скорость заглубления границы,  $\kappa$  — эффективный коэффициент вертикальной теплопроводности. Граничные условия имеют вид

$$T|_{z=0} = T_r(t) \equiv T_{r0} + T_r'(t), \quad T|_{z=\infty} = 0. \quad (2)$$

Естественно предположить, что пульсации  $u'(t)$ ,  $T_r'(t)$  — стационарные случайные процессы с нулевыми средними значениями. Будем искать решение системы (1), (2) в виде

$$T(z, t) = T_c(z) + T'(z, t), \quad (3)$$

где пульсации  $T'(z, t)$  имеют нулевое среднее значение и удовлетворяют граничным условиям

$$T'|_{z=0} = T_r'(t), \quad T'|_{z=\infty} = 0. \quad (4)$$

\* Поле температуры предполагается однородным по горизонтали.

Подставив (3) в (1) и усреднив, получим с учетом (2)

$$\kappa \frac{\partial^2 T_c}{\partial z^2} + u_0 \frac{\partial T_c}{\partial z} = - \left\langle u' \frac{\partial T'}{\partial z} \right\rangle, \quad (5)$$

$$T_c|_{z=0} = T_{r0}, \quad T_c|_{z=\infty} = 0, \quad (6)$$

где угловые скобки означают статистическое усреднение. Вычитая из (1) уравнение (5), с учетом (3) получим уравнение для  $T'$ . Рассмотрим случай высокочастотных \* ( $\omega \gg u_0^2/\kappa$ ) пульсаций величины  $T'_r$ ,  $u'$  с конечной, но малой амплитудой. Тогда в уравнении для  $T'$  можно пренебречь членом  $\left\langle u' \frac{\partial T'}{\partial z} \right\rangle - u' \frac{\partial T'}{\partial z}$  (аналогично тому, как

это делают в теории плазмы, см., например, обзор [5]) и заменить  $T_c$  на  $T_{c0} = T_{r0} \exp(-u_0 z/\kappa)$ , где  $T_{c0}$  — решение задачи (5) и (6) при бесконечно малых пульсациях. Получим окончательно

$$\frac{\partial T'}{\partial t} - u_0 \frac{\partial T'}{\partial z} - \kappa \frac{\partial^2 T'}{\partial z^2} = u' \frac{\partial T_{c0}}{\partial z}. \quad (7)$$

Из (7), (4) найдем спектр  $\Phi_{TT}(\omega, z)$  пульсаций величины  $T'(z, t)$  и правую часть для уравнения (5), описывающую в указанных предположениях влияние пульсаций на усредненный профиль температуры. Для этого сделаем преобразование Фурье (7) и (4) по  $t$ . Решив полученное обыкновенное дифференциальное уравнение для амплитуд Фурье с граничными условиями при  $z=0$ ,  $z=\infty$ , получим с помощью теоремы Винера — Хинчина выражение для спектра пульсаций:

$$\begin{aligned} \Phi_{TT}(\omega, z) = & e^{(\lambda+\lambda^*)z} \left[ f_{TT} + \frac{f_{uu}}{\omega^2} T_{r0}^2 + i \frac{T_{r0}}{\omega} (f_{uT}^* - f_{uT}) \right] + \\ & + \frac{T_{r0}^2}{\omega^2} \exp\left(-\frac{2u_0 z}{\kappa}\right) f_{uu} + i \frac{T_{r0}}{\omega} \exp\left(-\frac{u_0 z}{\kappa}\right) \cdot [f_{uT} e^{\lambda^* z} - f_{uT}^* e^{\lambda z}] - \\ & - \frac{T_{r0}^2}{\omega^2} \exp\left(-\frac{u_0 z}{\kappa}\right) \cdot (e^{\lambda z} + e^{\lambda^* z}) f_{uu}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $f_{TT}(\omega)$ ,  $f_{uu}(\omega)$ ,  $f_{uT}(\omega)$  — спектры и взаимный спектр пульсаций  $T'_r$ ,  $u'$  на границе,  $\lambda(\omega)$  — корень уравнения

$$i\omega - u_0 \lambda - \kappa \lambda^2 = 0,$$

имеющий отрицательную действительную часть. Звездочка означает комплексное сопряжение. Для правой части уравнения (5) получим выражение

$$\left\langle u' \frac{\partial T'}{\partial z} \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \lambda(\omega) e^{\lambda(\omega)z} \left( f_{uT}^* - i \frac{T_{r0}}{\omega} f_{uu} \right) d\omega. \quad (9)$$

Решив уравнение (5) с граничными условиями (6), получаем с учетом (9) формулу для усредненного профиля температуры:

$$\begin{aligned} T_c = & \left( T_{r0} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_{uT}^* - i \frac{T_{r0}}{\omega} f_{uu}}{u_0 + \kappa \lambda(\omega)} d\omega \right) \exp\left(-\frac{u_0 z}{\kappa}\right) - \\ & - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_{uT}^* - i \frac{T_{r0}}{\omega} f_{uu}}{u_0 + \kappa \lambda(\omega)} e^{\lambda(\omega)z} d\omega. \end{aligned} \quad (10)$$

Интегральные члены в формуле (10) учитывают влияние пограничных пульсаций. Рассмотрим конкретные примеры.

1. Пульсации граничной температуры (с относительной амплитудой  $\beta$ ) и скорости влечения (с относительной амплитудой  $\alpha$ ) полностью когерентны, и в спектре имеется только одна частота  $\omega_0$ . Т. е.

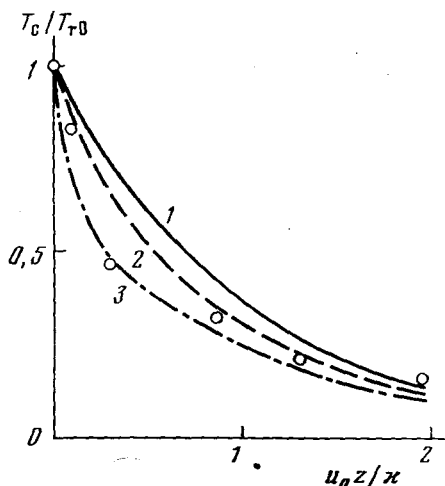
$$\begin{aligned} f_{uT} &= 1/4 u_0 T_{r0} \alpha \beta [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)], \\ f_{uu} &= 1/4 u_0^2 \alpha^2 [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]. \end{aligned}$$

\* Согласно оценкам, приведенным в [1], в океане  $u_0 \sim 10^{-2} \div 10^{-3}$  см/с, эффективное значение  $\kappa \sim 1$  см<sup>2</sup>/с, так что  $u_0^2/\kappa \sim 10^{-4} \div 10^{-6}$  с<sup>-1</sup>.

Схематическое распределение температуры в заглубляющемся верхнем термоклине: 1 — профиль температуры при отсутствии пульсаций температуры  $T_r'$  и скорости вовлечения  $u'$  на верхней границе термоклина; 2 — то же при синусоидальных пульсациях  $T_r'$ ,  $u' \sim \sin \omega_0 t$ ,  $\omega_0 = 10 u_0^2/\kappa$ ; 3 — то же при импульсообразных пульсациях

$$T_r', u' \sim \sum_{n=1}^{19} \frac{20}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{20} \cos n\omega_0 t.$$

Кружки изображают данные измерения температуры на станции «Рара» 28.IX 1957 г. при  $T_{r0} = 9,6^\circ \text{C}$  и эффективном значении  $u_0/\kappa = 2,2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^{-1}$



Тогда градиент температуры на границе, рассчитанный с помощью формулы (10), равен

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = - \frac{u_0 T_{r0}}{\kappa} \left( 1 + \frac{\alpha\beta}{2} \right).$$

Видно, что усредненный градиент температуры на границе раздела увеличивается. Это увеличение вызвано нелинейным взаимодействием пульсаций скорости и температуры в слое турбулентного вовлечения. Пульсационное ускорение границы усиливает мгновенный градиент температуры в верхней части термоклина. Поэтому пульсации температуры, происходящие одновременно с ускорением границы, не распространяются далеко в глубь термоклина. На большее расстояние распространяются пульсации, соответствующие моментам замедления границы. Они оказывают влияние на усредненный профиль температуры в более глубоких слоях. В целом профиль температуры спадает более круто вблизи границы и более полого — в глубине термоклина. Это приводит к суммарному охлаждению термоклина по сравнению со случаем отсутствия пульсаций (кривая 2 на рисунке лежит ниже кривой 1). Эффект охлаждения термоклина виден и из уравнения (5), правая часть которого имеет смысл объемного источника тепла отрицательной интенсивности (при синфазных пульсациях  $T_r'$  и  $u'$ ). Стационарный профиль температуры  $T_c$  схематически изображен на рисунке при  $\omega_0 = 10 u_0^2/\kappa$ .

2. Влияние пограничных пульсаций значительно усиливается, если они имеют форму коротких и интенсивных ударов (с нулевым средним). В предельном случае пульсаций в виде последовательности  $\delta$ -функций средний градиент температуры на границе становится бесконечно большим. В качестве примера на рисунке приведен усредненный профиль температуры для периодических импульсообразных пульсаций с низкой частотой  $\omega = 10 u_0^2/\kappa$  и учетом 19 гармоник в спектре, что на наш взгляд, достаточно хорошо описывает такие пульсации. Видно, что укрупнение профиля температуры значительно больше, чем в случае синусоидальных пульсаций.

Отметим, что натурные наблюдения на станции «Рара» (Канада) в Тихом океане показали [6], что в осенний период усредненный профиль температуры более круто спадает в верхней части термоклина и более полого спадает в глубине, чем это следует из простой экспоненциальной зависимости, полученной в [1]. Мы полагаем, что этот эффект можно объяснить влиянием пульсаций скорости заглубления и температуры границы, которые довольно интенсивны в это время года.

Таким образом, в тех случаях, когда распределение температуры (солености) в заглубляющемся верхнем термоклине можно описать моделью бегущей тепловой волны, пульсации температуры и скорости заглубления на верхней границе термоклина приводят к изменению стационарного профиля температуры (солености) и усредненного потока тепла (соли) через границу термоклина. Указанные пульсации могут приводить к значительному обострению границы раздела между квазиоднородным слоем и термоклином. На верхние слои термоклина оказывают влияние в основном пульсации температуры границы, одновременные с ускорениями границы, а на более глубокие слои — пульсации температуры, сопутствующие замедлению границы.

В заключение выражаю искреннюю благодарность Г. И. Баренблатту за постоянное внимание и многочисленные полезные обсуждения. Я также благодарен С. И. Воропаеву и С. С. Ефимову за полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Баренблатт Г. И. Об автомодельности распределения температуры и солености в верхнем термоклине.— Изв. АН СССР. ФАО, 1978, 14, № 11, 1160—1166.
  2. Turner J. S. The temperature profile below the surface mixed layer.— *Ocean Modelling*, 1978, No. 11.
  3. Воропаев С. И. Развитие перемешиваемого слоя в стратифицированной жидкости. Лабораторный эксперимент.— В сб.: Мезомасштабная изменчивость поля температуры в океане. М., ИОАН, 1979, стр. 140—152.
  4. Linden P. F. The interaction of a vortex ring with a sharp density interface: a model for turbulent entrainment.— *J. Fluid Mech.*, 1973, 60, pt 3, 467—480.
  5. Горбунов Л. М. Гидродинамика плазмы в сильном высокочастотном поле.— *Успехи физ. наук*, 1973, 109, № 4, 631—665.
  6. Data Record Ocean Weather Station «Пара». Fisheries Research Board Canada. Manuscript Report Series, 1958, No. 14.
-